

انگیزه‌های پیشرفت در ریاضیات¹

ایگور شفروویچ

همگان تمایل دارند تا حرفه‌ی خود را به عنوان چیزی که نمی‌تواند غیر از آنچه هست باشد و در نتیجه هیچ سؤالی راجع به آن وجود ندارد، بپذیرند. موضع‌گیری یک ریاضیدان نیز نسبت به رشته‌اش چنین است. خیلی به ندرت اتفاق می‌افتد که ریاضیدان از بیرون به ریاضی نگاه کند و در آن وقت است که متوجه می‌شود در تمام طول زندگی‌اش با چه چیز عجیب و غریبی سر و کار داشته است. اما من از چنین موقعیت‌هایی استفاده می‌کنم تا با علاقمندان فراگیری سرزمین‌های دور از دسترس ریاضی، راجع به ریاضیات صحبت کنم.

در ظاهر امر، ریاضیات نتیجه‌ی تلاش مستقل هزاران فردی است که در پهنه‌ی قاره‌ها، قرن‌ها و هزاره‌ها پراکنده شده‌اند. با این حال نظم درونی حرکت آن، بیشتر از فعالیت هوش واحدی حکایت می‌کند که ریاضیات را به صورت جریانی پیوسته و منظم به پیش می‌برد و از انسان‌های زیادی به عنوان وسیله‌ی این کار استفاده می‌کند. دقیقاً همانند یک ارکستر که در آن سمفونی نوشته شده توسط یک آهنگساز اجرا می‌شود. هر ساز تم مختص خودش را دارد و وقتی یک نوازنده مجبور می‌شود تا قطعه‌اش را ناتمام رها کند، نوازنده‌ی دیگری آن را دقیقاً مطابق حرکات رهبر ارکستر ادامه می‌دهد.

اما این تشبیه درستی نیست! تاریخ ریاضی مملو از مثال‌هایی است که نشان می‌دهد کشفیات یک پژوهشگر برای مدت زیادی ناشناخته باقی مانده است و نهایتاً توسط فرد دیگری بازتولید شده است. گالوا در نامه‌ای که در شب قبل از دوئل منجر به مرگش نوشت، گزاره‌هایی اساسی راجع به انتگرال‌های توابع جبری بیان کرد. بیش از بیست سال طول کشید تا ریمان بدون هیچ اطلاعی از این نامه‌ی گالوا،

¹ Shafarevich, I. R. "On certain tendencies in the development of mathematics." *The Mathematical Intelligencer* 3.4 (1981): 182-184.

به گزاره‌هایی کاملاً مشابه دست یابد و آنها را ثابت کند. همین‌طور بعد از کشف هندسه‌ی ناقلیدسی توسط لباچفسکی و بولیایی، تازه معلوم شد که گاوس و شوکیارت بیشتر از ده سال قبل همین نتایج را به دست آورده بودند. به صورت حیرت‌انگیزی در آثار این چهار نفر اشکال کاملاً مشابهی دیده می‌شود که گویی توسط یک دست کشیده شده است!

چنین فعالیت عظیم و شگفت‌آوری که هزاران سال ادامه داشته است، به سختی می‌تواند تصادفی باشد و باید هدفی را دنبال کند. با قبول این فرض، آن هدف چیست؟

اما چگونه ممکن است که تمامی یک شاخه از علم و نه تنها بخشی از آن و یا برهه‌ای از پیشرفت آن، هدف واحدی داشته باشد؟ مثال فیزیک که نزدیک به ریاضی هم هست، می‌تواند به پیدا کردن جواب کمک کند. فیزیکدانان از زمان نیوتن هدف باشکوهی برای فیزیک قائل بودند. هدف، ساختن یک تئوری (و یا در اصطلاح آن زمان، یک سیستم) فراگیر برای جهان بود که شامل تعداد اندکی قانون ساده باشد، به طوری که همه‌ی پدیده‌های فیزیکی را بتوان با استدلال‌های منطقی صرف از آنها نتیجه گرفت. برای مدت زیادی تصور می‌شد که نیوتن این مسأله را به صورت اساسی حل کرده است و تنها وظیفه‌ی پیروان او این بود که فراگیری سیستم نیوتنی را برای همه‌ی پدیده‌های شناخته‌شده، چک کنند. تنها استثنای ماجرا در مرزهای فیزیک قرار داشت: تئوری الکتریسیته در طرح نیوتنی نمی‌گنجید. در قرن نوزدهم، دقیقاً همین پدیده‌های الکترومغناطیسی به مهم‌ترین موضوع فیزیک تبدیل شدند. با وجود اینکه این اتفاق بنای نیوتنی را لرزاند، این امید وجود داشت که اضافه کردن قوانین میدان ماکسول به مکانیک نیوتنی، تصویری کامل و نهایی از جهان ارائه کند. اما این انتظارات هم محقق نشد. خیلی زود مکانیک کوانتومی و تئوری نسبیت، همه‌ی تصورات قبلی را باطل کرد. زمانی هم فیزیکدانان امیدوار بودند تا تنها با استفاده از نظریه‌ی میدان و یا مکانیک کوانتومی نسبیتی، تئوری کاملی برای ذرات بنیادی ارائه دهند و در نتیجه سیستمی جدید برای جهان بسازند. اما این هدف تا به حال محقق نشده است و بعید است که فیزیکدانان زیادی چنین آرزوهایی را واقع‌بینانه بدانند. با این حال، فیزیکدانان در هر زمانی باید به دنبال یافتن درجه‌ی بیشتری از وحدت نسبت به تصویر موجود از جهان باشند، گرچه با ملاحظه‌ی تغییرات مکرر گذشته به سختی می‌توان به نهایی بودن سیستم به دست‌آمده معتقد بود.

در مورد ریاضی چطور؟ باید قبول کنیم که ریاضیات هیچ‌گاه هدف فراگیری آنگونه که فیزیک بلندپرواز ارائه کرده است (و البته در بعضی موارد نتوانسته آن را محقق کند) برای خود مطرح نکرده است. اما این حقیقت چه تأثیری در توسعه‌ی ریاضیات داشته است؟

ریاضیات به صورت پیوسته و سرسام‌آوری در حال رشد است، بدون اینکه با بحران‌ها و تجدید ساختارهایی که مشخصه‌ی فیزیک است، درگیر شده باشد. ریاضی همواره ما را با ایده‌های جدید و حقایق دقیق خود غنی‌تر می‌کند. من کاملاً متقاعد شده‌ام که دست‌آوردهای ریاضیات مدرن چیزی در کمال از ریاضیات کلاسیک قرن نوزدهم، هجدهم و هفدهم کم ندارد و حتی با ثمرات هوش یونانی قابل قیاس است. اما بهترین شاهکارهای ریاضیات مدرن، برتری اساسی‌ای از نتایج کلاسیک ندارد! ارزش انباشته شدن بی‌حد ایده‌هایی که ذاتاً از یک درجه عمیق هستند چه می‌تواند باشد؟ آیا ریاضیات در حال تبدیل شدن به نسخه‌ای زیبا «از بی‌نهایت ابله» هگل است؟

این حقیقتی مسلم است که هر فعالیت عاری از هدف، عاری از معناست. اگر ما جامعه‌ی انسانی را به یک موجود زنده تشبیه کنیم، ریاضیات هیچ نشانی از فعالیتی هوشمند برای هدفی مشخص ندارد. برعکس، مشابه رفتاری غریزیست که به صورت مکرر و مشابهی به دنبال بعضی محرک‌های درونی و بیرونی خودنمایی می‌کند.

ریاضیات بدون تعیین هدف حتی نمی‌تواند ایده‌ای از فرم خود به ما بدهد. تنها ایده‌آل باقیمانده‌اش رشد کنترل نشده و یا به عبارت دقیق‌تر، توسعه در تمامی جهات است. باز از باب مقایسه می‌توان گفت که رشد ریاضی همانند رشد ارگانیسم زنده‌ای که فرمش را حفظ می‌کند و مرزهایش را خودش تعیین می‌کند، نیست. بلکه بیشتر شبیه رشد یک بلور و یا انتشار یک گاز است. هر دوی اینها بدون محدودیت منتشر می‌شوند مگر اینکه به یک مانع سخت بیرونی برخورد کنند.

به وضوح این رشد ریاضیات با احساسی که بعد از برخورد با آن، از زیبایی و هوشمندی به ما دست می‌دهد، در تناقض است. همانطور که در تصور یک سمفونی که تا ابد ادامه دارد، تناقض نهفته است.

آیا این تنها رشته‌ی ماست که با چنین مسأله‌ای مواجه است؟ من فکر نمی‌کنم که ریاضیات تفاوتی اساسی با دیگر صورت‌های فعالیت‌های فرهنگی داشته باشد. آری، موجوداتی که ریاضی بدان‌ها می‌پردازد، مجردتر هستند و ویژگی‌های تصادفی کمتری از خود بروز می‌دهند. به گفته‌ی افلاطون، ریاضی

بیشتر علم به موجودات مجرد است و کمتر دانش اشياء مادی؛ و در ریاضیات است که «می‌توان جوهر وجود را شهود کرد». به همین علت است که بعضی گرایش‌های پرترفدار هستند که اثر آنها را می‌توان در ریاضیات به وضوح دید، در صورتی که در بقیه‌ی زمینه‌های علمی به سختی قابل مشاهده هستند. به ویژه از دیدگاه من، نداشتن هدف و فرم که راجع به آن صحبت کردیم، در عمل در همه‌ی جنبه‌های زندگی انسان مدرن یافت می‌شود. در نتیجه همانطور که دیدیم، به موازات توسعه‌ی بی‌هدف ریاضیات، فیزیک نیز بعد از دنبال کردن آرزوهای دست‌نیافتنی‌اش، تمام ایده‌هایش برای ارائه‌ی یک هدف را از دست داده است.

چند قرن است که انسان در تب فعالیتی شدید گرفتار شده است، فعالیتی که هیچ فرم و هدفی به جز رشد بی‌حد و حصر ندارد. چیزی که آن را «پیشرفت» نامیدند و حتی زمانی به عنوان جایگزینی برای دین معرفی می‌شد. آخرین ثمره‌ی آن هم، جامعه‌ی صنعتی مدرن است. افراد زیادی بارها متذکر شده‌اند که این مسابقه‌ای خودمتناقض است و به فجایع مادی منجر می‌شود: افزایش بی‌پایان ضرب‌آهنگ زندگی که خیلی بیشتر از توانایی‌های آدمیست، تراکم جمعیت و تخریب محیط زیست. اما من می‌خواهم با استفاده از نمونه‌ی ریاضیات، توجه شما را به نتایج مخرب‌تری جلب کنم که از جنس معنوی هستند: تمامی فعالیت‌های انسان هدف خود را از دست خواهند داد و بی‌معنی خواهند شد.

این خطر را نباید دست‌کم گرفت. خطری که حتی فراتر از این حقیقت است که تلاش‌های فراوان بشریت و زندگی باهوش‌ترین افراد آن، در نهایت خالی از معنا خواهد شد. حتی همه‌ی خطر به این خلاصه نمی‌شود که ما نمی‌توانیم پیامدهای افعالی که هدف آن‌ها مشخص نیست را پیش‌بینی کنیم. خصلت روانی انسان به گونه‌ایست که نمی‌تواند برای مدت زیادی به فعالیتی ادامه دهد که با هدف و احساس سازگار نباشد. در اینجا مانند پدیده‌های مشابه دیگر، مکانیسم جایگزینی شروع به فعالیت می‌کند: وقتی انسان‌ها نمی‌توانند آنچه می‌خواهند را بیابند، جایگزینی برای آن می‌سازند. مثالی از این برای همه‌ی ما آشناست: انسان‌ها بعد از جدایی از خداوند عشق و رحمت، روزگاری طریقه‌ی خدایگانی را پذیرفتند که طالب خون میلیون‌ها قربانی بودند. مطابق این اصل کلی وقتی که فعالیت‌های فرهنگی انسان از داشتن هدف تهی می‌شوند، انسان را وامی‌دارند تا به دنبال معنی و مفهومی از منابع دیگر برای آنها باشد. علی‌الخصوص یک ریاضیدان ممکن است هدف فعالیت خودش را در انجام سفارشات یک حکومت جست‌وجو کند، مانند محاسبه‌ی مسیر یک موشک، ساختن یک دستگاه استراق سمع و

یا اگر خیلی ماهر باشد، طراحی یک جامعه‌ی هیبرید (یعنی نیمی انسان و نیمی کامپیوتر). این کارها نه تنها روح دانشمند را فلج می‌کند، بلکه تمامی زمینه‌های ریاضی را از آن زیبایی الهی‌اش تهی خواهد کرد، زیبایی‌ای که همه‌ی ما را شیفته‌ی خود ساخته است.

دو هزار سال از تاریخ ریاضیات ما را متقاعد کرده است که ریاضیات در طراحی هدفی که برای پیشرفتش لازم است، ناتوان است. ناگزیر باید آن هدف را از بیرون عاریه گرفت. به وضوح من به دنبال حل این مسأله‌ی شگرف که نه تنها شامل ریاضیات و بلکه شامل همه‌ی تلاش‌های دیگر بشریت می‌شود، نیستم. تنها امیدوارم خطوطی اساسی برای پیدا کردن جواب معرفی کنم.

به نظر می‌رسد که دو مسیر برای یافتن جواب وجود دارد، که یکی پیدا کردن هدف ریاضی در کاربردهای عملی آن است. اما به سختی می‌توان معتقد بود که توجیه یک فعالیت متعالی معنوی را بتوان در یک فعالیت پست‌تر مادی پیدا کرد. در نسخه‌ای از انجیل توماس که در سال 1945 کشف شد، مسیح (ع) با کنایه می‌گوید:

«اگر بدن برای روح آفریده شده باشد، این یک معجزه است، اما اگر روح برای بدن آفریده شده باشد، معجزه‌ی معجزات است.»

تاریخ ریاضیات به ما ثابت می‌کند که هیچ «معجزه‌ی معجزاتی» وجود ندارد. اگر آن لحظه‌ی تعیین‌کننده‌ی تاریخ ریاضیات را در نظر آوریم که ریاضی در آن اولین و مهم‌ترین گامش را برای بشریت برداشت، لحظه‌ای که در آن اثبات منطقی که پایه‌ی اصلی ریاضیات است، پای به هستی نهاد؛ خواهیم دید که این موضوع همه‌ی کاربردهای عملی را کنار گذاشت. اولین قضایای تالس احکامی را ثابت می‌کرد که برای هر موجود عاقلی واضح بود، مانند اینکه قطر دایره آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. هوشمندی واقعی در اثبات این قضایا نبود، بلکه در فهمیدن احتیاج آنها به اثبات بود. البته به وضوح این کشفیات هیچ ارزش کاربردی ندارند.

با وجود عمق و گستره‌ی کاربردهای ریاضیات در حال حاضر، باز هم به یقین می‌توان گفت که کاربردها الهام‌بخش زیباترین دست‌آوردهای ریاضی نبوده‌اند. اگر اینگونه باشد نمی‌توان انتظار داشت که ریاضیات کاربردی بتواند انگیزه‌ای ایجاد کند که خود ریاضیات در ایجاد آن ناتوان بوده است.

من فکر می‌کنم که با کنار گذاشتن این مسیر، تنها یک راه باقی می‌ماند. هدف ریاضی را نباید در فعالیتی پست‌تر از خودش جست‌وجو کرد، بلکه باید در فعالیتی متعالی‌تر یعنی در دین، به دنبال آن بود.

مسلمانان در این مجال دیدن چگونگی این کار سخت است. اما سخت‌تر این است که بخواهیم دیگران را متقاعد کنیم که ریاضیات بدون شناخت چستی و چرایی آنچه مطالعه می‌کند، می‌تواند به رشد خود تا ابد ادامه دهد. ریاضیات نهایتاً در نسل بعد با غرق شدن در سیل انتشار مقالات، به پایان خود خواهد رسید - اما این تنها مقدماتی‌ترین دلیل بیرونی ماجراست. از جهت دیگر همانطور که تاریخ هم به ما نشان می‌دهد، راه‌حلی که اشاره شد، علی‌الاصول ممکن است. اگر باز به زمان پیدایش ریاضی برگردیم، خواهیم دید که ریاضیات اندکی بعد از آن، هدفش را با دنبال کردن همین مسیر به دست آورد و شناسایی کرد. اول بار ریاضیات به عنوان یک علم در قرن ششم قبل از میلاد، در جماعت مذهبی فیثاغورسیان متولد شد و قسمتی از دین آنها بود. ریاضی هدف روشنی داشت؛ بعد از روشن شدن بیان نظم هستی به وسیله‌ی نظم اعداد، ریاضیات راهی برای وحدت با مبدأ هستی مهیا می‌کرد. این هدف متعالی بود که توانست نیروهای لازم را برای آفرینش یک شاهکار تدارک کند. شاهکاری علمی که همانندی برایش نمی‌توان تصور کرد. آنچه محقق شد کشف یک قضیه‌ی زیبا و یا ساختن شاخه‌ای جدید از ریاضی نبود، بلکه خلق خود ریاضیات بود.

بنابراین ریاضیات حدوداً در زمان تولدش، خصوصیات را نمایش می‌داد که گرایش‌های عمومی بشری در آن، از هر جای دیگر بارزتر بودند. دقیقاً به همین علت بود که در آن زمان ریاضیات را به عنوان مدلی برای ایجاد اصول اساسی دانش استدلالی پذیرفته بودند.

در پایان می‌خواهم بگویم که همین دلیل من را امیدوار کرده است که ریاضیات در حال حاضر هم می‌تواند نمونه‌ای برای حل مسأله‌ی بنیادی زمان ما باشد: نشان دادن یک هدف و معنی متعالی دینی برای فعالیت‌های فرهنگی بشری.

ترجمه: مصطفی عین‌اله زاده